La condensació de Bose-Einstein. Premi Nobel 2001

A. Pérez-Madrid* **i J. M. Rubí**†

Introducció

En l'edició de 2001, el Nobel de Física s'ha atorgat als investigadors Carl E. Wieman, de la Universitat de Colorado —Boulder, Colorado, EUA— Eric A. Cornell, del National Institute of Standards and Technology (NIST) —Boulder, Colorado, EUA— i Wolfgang Ketterle, del Massachusetts Institute of Technology (MIT) —Cambridge, Massachusetts, EUA. Se'ls ha concedit aquest guardó per haver creat per primera vegada un condensat de Bose-Einstein al laboratori, el juny de 1995 els dos primers i el setembre del mateix any, el tercer.

La història del fenomen de la condensació de Bose-Einstein es remunta a l'any 1924; aquest any, gràcies als treballs d'Einstein sobre l'efecte fotoelèctric, el 1905, i de Compton un any abans, ja s'havia establert l'existència del quàntum de radiació electromagnètica o fotó. Llavors, Bose va tractar de deduir la fórmula de la radiació del cos negre, que Planck havia obtingut l'any 1900, considerant la radiació com un gas de fotons. El precedent que Bose tenia era la llei de distribució de Maxwell d'un gas de molècules clàssic. L'entitat de les molècules del gas clàssic és diferent de la dels fotons; és per això que Bose tingué la idea de comptar el nombre d'estats energètics que contenien un determinat nombre de fotons, en comptes de fixar l'atenció en la distribució de fotons en els diferents estats d'energia, tal com es feia en la llei de distribució de Maxwell amb les molècules. En l'esquema de Bose és implícit el fet que la dada significativa és el nombre de fotons en els diferents estats i no quin fotó és en quin estat, és a dir, els fotons són indistingibles. Einstein coneixia el treball de Bose i va intuir que allò que era vàlid per als fotons també ho havia de ser per a altres partícules materials de naturalesa indistingible. En dos articles successius publicats per Einstein els anys 1924 i 1925, es fa servir aquest mètode per a l'estudi del gas ideal quàntic i, com a conseqüència, queda establert el que avui coneixem com *estadística de Bose-Einstein*. Einstein va predir que si un gas d'aquests àtoms es refreda fins a temperatures extremament baixes tots els àtoms romanen en l'estat fonamental, l'estat d'energia més baixa. Aquest és un procés semblant a la condensació d'un gas en gotes de líquid.

En aquest article analitzarem la condensació de Bose-Einstein tractada com un fenomen quàntic mitjançant el mètode de la física estadística. A més, descriurem les tècniques experimentals emprades en el seu desenvolupament. Per concloure, comentarem la transcendència i les possibles aplicacions d'aquest fenomen.

Una predicció de la física estadística

La mecànica estadística, en la seva formulació quàntica (Huang, 1987), ens proporciona la distribució d'equilibri en un sistema ideal de N partícules de spin enter (anomenades *bosons*), que és donada per

$$n_\varepsilon = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T} - 1}, \tag{1}$$

on n_ε és el nombre mitjà de partícules en l'estat d'energia ε; k_B, la constant de Boltzmann; T, la temperatura, i μ, el potencial químic, és a dir, l'energia que hem de gastar per afegir una partícula al sistema mantenint l'entropia i el volum constants. Si l'energia de l'estat fonamental ε_o és diferent de zero, podem redefinir el potencial químic de manera que aquesta sigui zero; d'ara endavant suposarem això. Ja que els nombres d'ocupació han de ser positius i finits, s'ha de cumplir necessàriament que $\mu < 0$. És habitual introduir la fugacitat $z = \exp(\mu/k_B T)$, per tant, $0 \leq z < 1$. En termes d'aquesta quantitat podem escriure l'equació 1 com

$$n_\varepsilon = \frac{1}{z^{-1}\, e^{\varepsilon/k_B T} - 1}. \tag{2}$$

Examinarem dos casos d'interès:

1. Gas homogeni. Aquest és el cas d'un gas de bosons contingut en una caixa de volum V en absència de forces externes. La funció d'ona d'una partícula correspon a una ona plana i s'escriu $\psi_{\vec{k}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, on $\vec{k}$ és el nombre d'ona. L'energia és purament cinètica, amb $\varepsilon(\vec{k}) = \hbar^2 k^2/2m$, on m és la massa i $\hbar = h/2\pi$; h és la constant de Planck.

En l'estat fonamental, quan $z \to 1$ ($\mu \to 0$), l'equació 2 divergeix; això ens diu que el nombre de bosons

***A. Pérez-Madrid** (La Carolina, Jaèn, 1954) és doctor per la Universitat Autònoma de Barcelona (1986) i actualment és professor titular al Departament de Física Fonamental de la Universitat de Barcelona.

†**J. M. Rubí** (Barcelona, 1953) és doctor per la Universitat Autònoma de Barcelona (1979) i actualment és catedràtic de Física de la Matèria Condensada al Departament de Física Fonamental de la Universitat de Barcelona.

en aquest estat és molt gran. Llavors, és convenient expressar el nombre total de partícules en la forma

$$N = \frac{z}{1-z} + \sum_{\varepsilon \neq 0} \frac{1}{z^{-1}e^{\varepsilon/k_B T} - 1}. \qquad (3)$$

En aquesta equació, el primer terme de la dreta és el nombre de bosons en l'estat fonamental, N_o, i el segon correspon al nombre de partícules en estats excitats. Com ja hem dit, pot passar que el primer terme domini sobre el segon. Hi ha una manera aproximada de calcular la suma quan la densitat d'estats és molt gran, la qual s'aplica quan el volum és macroscòpic. Es tracta d'introduir la densitat d'estats,

$$\rho(\varepsilon) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}$$

(Huang, 1987), i transformar la suma en integral:

$$N = N_o + \int_0^\infty d\varepsilon \, \frac{\rho(\varepsilon)}{z^{-1}e^{\varepsilon/k_B T} - 1}, \qquad (4)$$

la qual esdevé

$$N - \frac{V}{\Lambda^3} g_{3/2}(z) = N_o, \qquad (5)$$

on $\Lambda = \left(2\pi\hbar^2/mk_BT\right)^{1/2}$ és la longitud d'ona tèrmica i $g_{3/2}(z)$ és una de les anomenades *integrals de Bose*, definida a través de la comparació de les equacions 4 i 5. Les integrals de Bose són funcions analítiques que admeten un desenvolupament en sèrie de potències, en general

$$g_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{z^{-1}e^x - 1} dx = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{z^j}{j^n}$$

(Huang, 1987), on $\Gamma(n)$ és la funció Gamma; per a $z = 1$, $g_{3/2}(1) = 2,612$.

Pot ocórrer que la temperatura sigui tan gran que $N_o = 0$; d'altra banda, si la temperatura és prou baixa, N_o pot ser molt gran. En el cas extrem, $z \to 1$ es pot definir una temperatura crítica T_c, donada per la relació

$$k_B T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m}\left(\frac{N}{g_{3/2}(1)V}\right)^{2/3},$$

que separa els dos règims. Per a $T > T_c$ no hi ha ocupació macroscòpicament apreciable de l'estat fonamental; en canvi, per a $T < T_c$ un nombre macroscòpic de partícules poden ocupar aquest estat. En aquest últim cas, podem considerar el sistema com una mescla de dues fases: l'una és constituïda per les partícules en l'estat fonamental i l'altra abasta les partícules en estats excitats. En aquest punt, es pot reescriure l'equació 5 en la forma

$$\frac{N_o}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}. \qquad (6)$$

Podem afirmar, doncs, que T_c és la temperatura de la transició, ja que per a $T \ll T_c$ pràcticament totes les partícules són a l'estat fonamental (s'ha format el condensat) i per a $T \geq T_c$ l'estat fonamental és buit.

En termes de la longitud d'ona tèrmica, el criteri per a la condensació, és a dir, que $T < T_c$, es pot escriure $n\Lambda^3 \geq 2,612$, on n és la densitat.

2. Gas inhomogeni. En el cas previ hem analitzat un gas homogeni; ara veurem quines són les característiques principals d'un gas inhomogeni. Concretament, considerarem que les partícules del gas de Bose estan sotmeses a un potencial harmònic tridimensional isòtrop $\left(m\omega r^2/2\right)$, on ω és la freqüència i r la distància a l'origen (Ketterle *et al.*, 1996). L'energia és $\varepsilon = (n+3/2)\hbar\omega$ i la funció d'ona per partícula en l'estat fonamental és una gaussiana

$$\psi_o(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{m}{2\hbar}\omega r^2\right).$$

Per a aquest tipus particular de potencial la densitat d'estats s'escriu en primera aproximació

$$\rho(\varepsilon) = \frac{1}{2\hbar\omega}\left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega}\right)^2,$$

una relació que es pot obtenir a partir de l'expressió de l'energia de l'oscil·lador. Fent-hi la substitució de la densitat d'estats en l'equació 4 arribem a

$$N - g_3(z)\left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^3 = N_o. \qquad (7)$$

Aquesta, en el límit $z \to 1$, ens dóna una temperatura crítica definida per la relació

$$k_B T_c = \hbar\omega\left(\frac{N}{g_3(1)}\right)^{1/3},$$

que, com es veu, no depèn del volum i on $g_3(1) = 1,202$. Igual que hem fet en el cas del gas homogeni, podem reescriure aquí l'equació 7 en la forma més compacta

$$\frac{N_o}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3, \qquad (8)$$

la qual quan es compara amb l'equació 6 ens indica que per al gas inhomogeni el nombre relatiu de partícules del nivell fonamental tendeix cap a l'estat condensat abans que ho fa l'homogeni. La figura 1 il·lustra el comportament que mostra l'equació 8.

La representació del procés en un diagrama pressió-temperatura és semblant a la condensació gas-líquid clàssica. A altes temperatures trobem la fase gasosa i just sobre la línia de transició tenim els estats del condensat. La calor latent ve donada per $L = T_c\Delta S$, on ΔS representa el canvi d'entropia entre el gas i el condensat. La diferència respecte al gas clàssic és que mentre que la transició gas-liquid és deguda a la interacció entre les

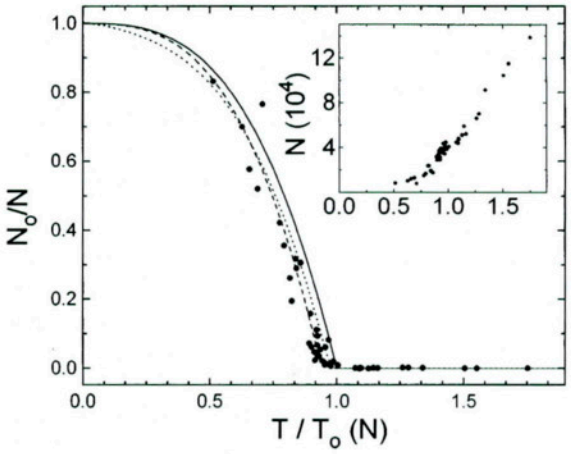

Figura 1: *Nombre total de partícules N, petit requadre, i fracció N_0/N de partícules en nivell fonamental en funció de la temperatura reescalada T/T_0 (Ensher et al., 1996). L'escala de temperatura $T_0(N)$ és la temperatura crítica per a un gas ideal en un potencial harmònic en el límit termodinàmic. Las línia contínua i la puntejada representen les corbes teòriques per la N infinit (límit termodinàmic) i finit, respectivament. En el punt de transició el núvol de punts representa 40.000 àtoms a 280 nK. La línia discontínua és l'ajust per mínims quadrats de la corba a l'equació 8 als punts experimentals, que dóna $T_c = 0{,}94T_0$*

partícules, la condensació de Bose és perfectament possible en un gas ideal sense cap tipus d'interaccions (Huang, 1987).

Un fenomen quàntic

La condensació de Bose-Einstein és un fenomen que s'observa en el règim quàntic. Com és ben conegut, a nivell quàntic les partícules manifesten un comportament ondulatori que es fa més palès com més baixa és la temperatura; la longitud d'ona associada, $\Lambda = h/mv$, on v és la velocitat, s'anomena *longitud d'ona de De Broglie*, que depèn de la temperatura. Efectivament, d'acord amb el principi d'equipartició de l'energia, que estableix la relació $mv^2 \simeq k_B T$, podem fer l'estimació $\Lambda \sim T^{-1/2}$. La longitud d'ona creix, doncs, quan la temperatura es fa més petita. Per exemple, a temperatura ambient, $\Lambda \sim 1$ àngstrom; a una temperatura de $1\mu K$ (microkelvin), $\Lambda \sim 1\mu m$ i per a $T \sim 1nK$ (nanokelvin), $\Lambda \sim 30\mu m$.

Així doncs, podem descriure el procés en funció de la temperatura de la manera següent. A temperatures altes els àtoms es mouen lliurement, com boles de billar, seguint trajectòries que es poden determinar mitjançant la mecànica clàssica. Quan baixem la temperatura augmenta la longitud d'ona de De Broglie, la qual cosa posa de manifest la naturalesa ondulatòria. Arriba un punt, per al valor T_c de la temperatura, en què l'ocupació de l'estat fonamental, corresponent a l'estat en què el moment $\vec{p}$ dels àtoms s'anul·la, comença a créixer i les ones associades a cadascuna de les partícules comencen a encavalcar-se. A temperatura zero, es col·lapsen en un gran paquet d'ones que constitueix el condensat de Bose; cal dir que baixar la temperatura és equivalent a frenar les partícules. Els àtoms desenvolupen, doncs, una fase quàntica uniforme de la mateixa manera que els àtoms d'un ferromagnet desenvolupen una orientació uniforme.

El criteri perquè la transició succeeixi és que la distància mitjana entre les partícules, d, sigui més petita que la longitud d'ona de De Broglie associada. Com que $d \sim n^{-1/3}$, la densitat crítica es comporta com $n_c \sim T^{3/2}$, és a dir, donada la temperatura hi ha un valor determinat de la densitat pel qual s'observa la condensació; per exemple, a temperatura d'1 K, la densitat ha de ser com la de l'aigua; a 10 mK, la densitat ha de ser com la del vapor, i, entre 100 nK i 1 μK, la densitat ha de ser 10^6 vegades més petita que la del vapor.

De fet, el mecanisme de la condensació de Bose està relacionat amb els fenòmens de la superconductivitat en els metalls i la superfluïdesa en l'heli líquid. Ambdós, però, tenen lloc en matèria condensada amb densitat de l'ordre de 10^{23} àtoms/cm^3, a temperatures d'uns quants graus Kelvin. A aquestes densitats, els àtoms interaccionen fortament en el material i això emmascara el fenomen de la condensació de Bose. Per evitar les interaccions entre els àtoms hem de treballar en condicions de temperatures extremament baixes perquè n_c, com ja hem vist, sigui molt petita. Aquest requisit és el que ha imposat dificultats tècniques per a la consecució del condensat de Bose en el laboratori.

Ja hem parlat de la naturalesa ondulatòria de les partícules que es posa de manifest a baixes temperatures, quan és palès el caràcter quàntic de la matèria. Aquest caràcter ondulatori pot ser comprès si ho comparem amb altres processos ondulatoris, com per exemple la llum. És ben conegut que aquesta consisteix en ones electromagnètiques, amb una fase ben definida, és a dir, en cada punt de l'espai, el camp electromagnètic oscil·la entre uns valors màxim i mínim d'una manera regular. La fase fa referència al cronometratge de les oscil·lacions.

Les ones que oscil·len de manera regular s'anomenen *coherents*. La llum que prové d'una font ordinària, com ara una bombeta corrent, no té una fase ben definida. La llum de la bombeta l'emeten els àtoms individuals, que radien de manera independent i per això tenen fases aleatòries els uns respecte als altres. Per tant, en aquest cas tenim un camp electromagnètic que oscil·la de manera aleatòria en lloc de fer-ho regularment. Anomenem aquest tipus de llum *incoherent*. En el cas del so, una font incoherent generaria soroll. Una font coherent de llum és un làser. La diferència entre el caràcter ondulatori d'un gas d'àtoms normal i un de condensat de Bose és anàloga a l'existent entre la llum ordinària i la llum d'un làser. En un gas normal, hi ha un camp ondula-

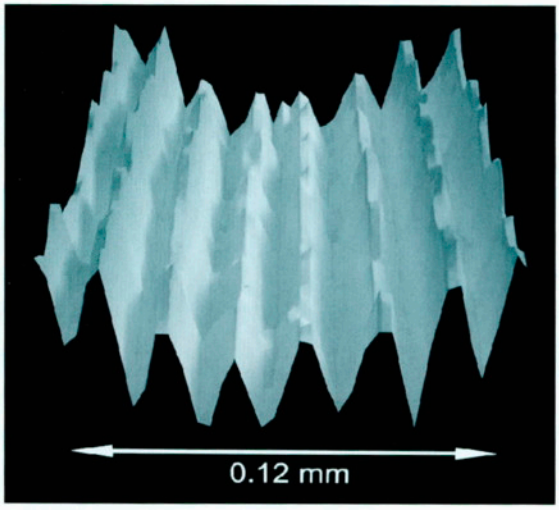

Figura 2: *Diagrama d'interferència corresponent a l'experiment d'interferència de Young fet amb dos condensats de Bose-Einstein (Andrews, 1997)*

tori associat als àtoms que fluctua de manera aleatòria, mentre que en el condensat oscilla de manera regular i existeix una fase quàntica ben definida.

A més, un condensat de Bose origina ones estacionàries quan és confinat en l'espai, presenta el fenomen de difracció i pot donar lloc a interferències quan dos condensats se superposen, tal com mostra la figura 2.

Podem parlar, doncs, d'un gas atòmic coherent o d'un làser d'àtoms. Un làser atòmic és anàleg al làser òptic, però mentre que el segon emet ones electromagnètiques, el primer ho fa amb ones de matèria. Els xocs elàstics entre àtoms (com si fossin boles de billar) és l'equivalent a l'emissió espontània al làser òptic. En un làser òptic, l'emissió estimulada de fotons produeix un feix de llum monocromàtic. En un làser atòmic, la presència del condensat de Bose-Einstein estimula els xocs amb altres àtoms que poden engrossir el condensat (igual que una pilota que xoca reiteradament contra un objecte molt gros en repòs, queda, finalment, també en repòs), de tal manera que l'ona de matèria és amplificada. Igual que per als làsers normals, és necessari un medi actiu que, en aquest cas, consisteix en un núvol d'àtoms en equilibri a temperatura molt baixa; en aquest medi les excitacions es produeixen evaporant els àtoms més energètics, quan el sistema es relaxa novament cap a l'equilibri i la temperatura és més baixa. Això fa créixer el condensat. A diferència dels làsers òptics, que poden emetre llum en un cert rang de freqüències, el làser atòmic opera en un mode únic.

Les aplicacions potencials del làser d'àtoms es troben en àrees de recerca fonamental i aplicada on es fan servir feixos d'àtoms, com per exemple, en els rellotges atòmics, l'òptica atòmica, les mesures de precisió de les constants fonamentals, els tests de les simetries fonamentals, la deposició de feixos atòmics per a la producció de xips (el que es coneix com *litografia atòmica*) i, més generalment, en nanotecnologies.

Realització del condensat de Bose-Einstein

Des de la predicció del fenomen de la condensació fins que es va dur a terme en un laboratori van passar setanta anys. Com ja n'hem fet esment, la raó va ser la dificultat tècnica de treballar a les temperatures extremament baixes, necessàries per a la formació del condensat. Es va donar un pas molt important a partir dels treballs dels físics Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji i Willian D. Phillips, que van desenvolupar un mètode per refredar i confinar àtoms amb llum làser durant els anys vuitanta. Aquests investigadors van merèixer, per aquest fet, el Nobel de Física de l'any 1997. Podríem dir, doncs, que el Nobel de Física del 1997 va possibilitar el del 2001.

A temperatura ambient, els àtoms i les molècules de l'aire es mouen en totes les direccions a una velocitat d'uns 4.000 km/h. Per tant, és molt difícil tenir-los localitzats en una regió de l'espai. La manera de reduir la seva velocitat és baixar la temperatura del sistema. Per exemple, quan la temperatura és una milionèsima de grau (1 μK, microkelvin) els àtoms d'hidrògen lliure es mouen a velocitats inferiors a 1 km/h. Els investigadors esmentats desenvoluparen mètodes per mantenir confinats en una regió de l'espai i refredar gasos atòmics fins al microkelvin mitjançant feixos de llum làser. La llum del làser actua com un líquid espès en què els àtoms resten frenats.

Parlant amb més precisió, sabem que la llum làser es pot imaginar com un feix de partícules sense massa que anomenem *fotons*. Tot i això, tenen moment i aquest pot ser transferit a un àtom si xoquen amb ell. Perquè això sigui possible el fotó ha de tenir l'energia adequada o, dit d'una altra manera, la llum ha de tenir la freqüència o el color adients. Recordem que l'energia d'un fotó és $E = hf$, on f és la freqüència de la llum.

L'estructura interna dels àtoms (nivells energètics) determina l'energia que han de tenir els fotons. El valor d'aquesta energia canvia per a un àtom en moviment, per l'efecte Doppler, que consisteix en la variació de la freqüéncia com a conseqüència del moviment relatiu entre un receptor i un emissor d'ones. Si l'àtom es mou cap a la llum, perquè un fotó sigui absorbit, aquesta ha de tenir una freqüència més baixa que la requerida per un àtom en repòs. Suposant que els àtoms s'estan movent cap a la llum, si els fotons tenen l'energia correcta, després del xoc un àtom absorbirà un fotó i en prendrà l'energia i el moment. Després d'uns 10^{-8}s, l'àtom reemet un fotó més energètic que l'absorbit, l'àtom adquireix certa velocitat de retrocés. Quan aquest procés és reiterat, la velocitat de l'àtom disminueix considerablement.

Per mantenir els àtoms localitzats, vencent l'acció de la gravetat, s'utilitzen uns imants que creen un camp

magnètic no uniforme amb un mínim en el punt on s'intersecten els feixos làser. Atès que el camp magnètic afecta els nivells d'energia dels àtoms (l'anomenat *efecte Zeeman*), s'origina una força sobre els àtoms que compensa la gravetat. Els àtoms queden, doncs, confinats en un pou d'energia, anomenat també *trampa magnètica*.

Amb aquest mètode, com hem dit, podem arribar fins el microkelvin. Per assolir la temperatura a la qual pot observar-se el fenomen de la condensació de Bose-Einstein, que és al voltant dels 10^{-9} K, cal dur a terme un tractament addicional que consisteix en el refredament per evaporació. Aquest fenomen és semblant al refredament del cafè en una tassa. Les partícules de cafè més energètiques s'escapen de la tassa en forma de vapor, prenen l'energia en forma de calor que perd el cafè que queda a la tassa. De la mateixa manera, els àtoms en un gas termalitzat tenen una ampla distribució d'energies. Si s'extreuen els àtoms més energètics, llavors, l'energia mitjana del gas disminueix. Aquest procés ha d'aplicar-se contínuament perquè els xocs reomplen la banda alta de la distribució d'energia. En la pràctica, això es fa baixant lentament les parets del pou de potencial, equivalent a la trampa magnètica.

Evidentment, el condensat no es pot veure a ull nu. Experimentalment s'ha mesurat la distribució de velocitat en un vapor de rubidi (Anderson *et al.*, 1995) i la distribució en l'espai d'un gas d'àtoms de sodi (Andrews *et al.*, 1996). En els dos casos l'empremta del condensat és l'aparició d'un pic punxegut sobre un fons isòtrop. En la figura 3 es representa la distribució de velocitat d'un condensat de Bose-Einstein expandint-se lliurement després que la trampa magnètica s'ha desconnectat. En aquesta figura observem, d'una banda, una distribució gaussiana corresponent a la fase no condensada i, de l'altra, dos pics centrats al zero. Aquests pics apareixen a temperatures més baixes i corresponen al condensat. Es fan més punxeguts com més baixa és la temperatura.

Intuïtivament ens podem imaginar un objecte macroscòpic, una taula, per exemple, on els àtoms constituents es distribueixen en l'espai de manera que configuren la taula; en un condensat de Bose tots els àtoms ocupen el mateix espai, de tal manera que els àtoms que formen la taula cabrien al cap d'una agulla de cap. Es forma, així, un superàtom.

Conclusions

Com hem dit, des que la mecànica estadística quàntica prediu el fenomen fins que s'aconsegueix un condensat de Bose-Einstein per primera vegada en un laboratori han calgut setanta anys de treball insistent rere aquesta fita. El que s'ha aconseguit representa el descobriment d'un nou estat de la matèria, *condensat de Bose-Einstein* (BEC), en el qual aquesta es comporta de manera coherent com ho fa la llum d'un làser. S'obre

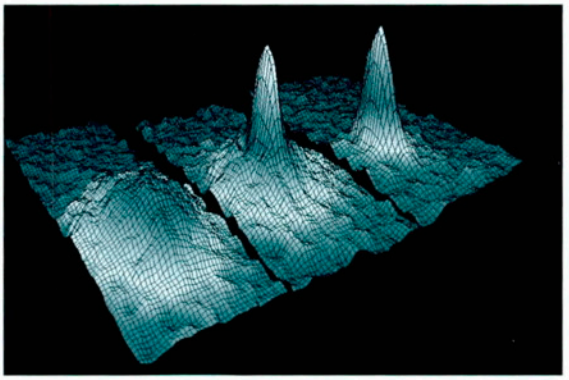

Figura 3: *Imatges de la distribució de velocitat dels àtoms de rubidi en l'experiment d'Anderson (Anderson et al., 1995). La imatge de l'esquerra correspon a un gas a temperatura per sobre de la condensació; la imatge del centre, immediatament a l'aparició del condensat i la de la dreta, a un condensat pràcticament pur. El camp de visió és un rectangle de* $200\mu m \times 270\mu m$*, i correspon a la distància en què s'han expandit els àtoms en* $1/20$ *s*

ara la porta a un ampli ventall de possibilitats per estudiar la física mesoscòpica dels processos quàntics. La transcendència d'aquest descobriment, però, no queda circumscrita al seu àmbit quàntic; s'ha demostrat que un condensat de rubidi sotmès a un camp magnètic rotatori es pot dissoldre sobtadament com si fos una supernova (Bose-nova), també s'han explorat la formació de condensats de tipus Bose-Einstein per a fermions, que porta a la possibilitat d'observar la formació de nous parells atòmics com els que originen la superconductivitat als metalls o la superfluïdesa en l'heli líquid. Fruit dels treballs del grup de R. G. Hulet amb fermions s'ha arribat a la conclusió que es poden reproduir les condicions que es donen en les nanes blanques. A part d'aquestes aplicacions a la ciència fonamental se n'albiren d'altres en la indústria i les nanotecnologies de les quals ja hem fet esment en el text.

Per tot això, la realització i l'estudi de la condensació de Bose-Einstein en gasos atòmics desperta entusiasme i aboca a una activitat intensa que determina un progrés ràpid en aquest camp.

Referències

ANDERSON et al., *Science*, **269**, 198 (1995).

ANDREWS, M.R. et al., *Science*, **273**, 84 (1996).

ANDREWS, M. R. et al., *Science*, **275**, 637 (1997).

COHEN-TANNOUDJI, CLAUDE N., *Rev. Mod. Phys.*, **70**, 707 (1998).

ENSHER, J. R. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4984 (1996).

HUANG, K., *Statistical Mechanics*, 2a ed. Wiley (New York, 1987).

KETTERLE, W. i van DRUTEN, N. J., *Phys. Rev. A*, **54**, 656 (1996).

Summary

The classical gauge theories and the electromagnetic interaction p. 4

J. Graells and C. Martín

The Maxwell electromagnetic field equations are developed and analyzed within the context of classical Gauge Theories. In order to explicit the physical and mathematical structure of the classical fields, the gauge geometrical vision is applied. It is found appropriate to follow the classical works of H. Weyl, F. London and R. Utiyama.

Probability and statistics in Einstein's work, 1902-1916 p. 14

Luis Navarro and Enric Pérez

The crucial role played by probability and statistics in Einstein's work has been repeatedly stressed, but in this paper we argue that Einstein's attitude on the subject was more complex than it is usually understood. In fact there are significant differences which, in our opinion, have not yet been sufficiently considered between several kinds of probabilistic descriptions he used in his works on statistical mechanics and on quantum theory between 1902 and 1916.

Can we extract light out of silicon?
New method to study with the free electron laser p. 28

M. Forcales

Silicon is a very good material for electronic applications but due to its indirect band gap it is not a suitable semiconductor for photonic applications. Nowadays there exist two different approaches to solve this problem: The first one is to study the quantum effects modifying the band structure, the second one is to dope with lanthanids in bulk semiconductors, i. e.: erbium doped in silicon. In this article we study the second one by performing a new kind of experimental approach using the Dutch free electron laser (FELIX).

Bose-Einstein condensation. The 2001 Nobel Prize p. 35

A. Pérez-Madrid and M. Rubí

The past year Nobel Prize in Physics deals with the achievement of a Bose-Einstein condensate in the lab. Here, after a brief history of the phenomenon of the Bose-Einstein condensation, we explain its statistical mechanics basis. We also describe the quantum mechanical aspects of the phenomenon and review its experimental implementation.

Domain growth process in a ultra thin magnetic system p. 42

P. M. Gleiser, S. A. Cannas, F. A. Tamarit and M. A. Montemurro

In this work we study the domain growth process in a magnetic system which presents competition between short-range ferromagnetic interactions and long-range (dipolar) antiferromagnetic interactions. We first present a general introduction to the domain growth process, then we describe in detail the technique used to determine the domains, and finally we compare our results with those predicted by different authors.

Simulation of the electric field generated by power lines p. 47

Jordi-Roger Riba and Xavier Alabern

In this article the equations needed to determine the vector expression of the electric field generated by power lines are developed. To compute the electric field in practical situations some simulations are performed. Finally, the results are compared with the prevailing standards.